

中級ミクロ経済学Ⅱ（再履修） 第11回授業内課題

問題作成者：北村 友宏

2018年7月23日

学籍番号：_____ 氏名：_____

※解法が分からなければ、空白のまま提出しようとせず、担当教員に質問してください。

1. 2社によるベルトラン競争を考える。両企業が生産する財は同質的であり、財の需要関数は

$$D(p) = 50 - 2p$$

のように与えられている。両企業の費用関数は同じ形で、

$$c_i(y_i) = 5y_i, \quad i = 1, 2$$

である。ただし、 p は財の価格、 y_i は企業 i の財の生産量である。価格は整数値でなければならない。また、両企業とも、消費者からの受注全てに対応する必要がある。このとき、以下の問いに答えなさい。

(a) 財の、企業 i の設定価格を p_i とする。企業 i が市場需要を独占した場合の企業 i の利潤 π_i を、需要関数を明示した形で、(y_i を含まない) p_i の関数として書きなさい。

(b) (a) の関数を p_i で微分したものをゼロとおいて p_i について解くことにより、企業 i が市場需要を独占した場合に企業 i の利潤が最大となる価格 p_i を求めなさい。

授業内課題解答

解答作成者：北村 友宏

※答案には重要な計算過程を示していればよい。ここまで詳しく説明する必要はない。

1. (a) 企業 i が市場需要を独占した場合、消費者は財を企業 i から購入することになるので、需要関数は、

$$D(p_i) = 50 - 2p_i.$$

企業は消費者からの受注全てに対応する必要があるので、

$$y_i = D(p_i).$$

この場合の企業 i の利潤は、

$$\pi_i = p_i D(p_i) - c_i(D(p_i)) = p_i(50 - 2p_i) - 5(50 - 2p_i).$$

- (b)

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_i}{dp_i} = 0 &\Leftrightarrow 1 \cdot (50 - 2p_i) + p_i \cdot (-2) - 5 \cdot (-2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 60 - 4p_i = 0 \\ &\Leftrightarrow p_i = 15. \end{aligned} \quad (1)$$

よって、企業 i が市場需要を独占した場合に企業 i の利潤が最大となる価格は 15.

- (c) (証明) 価格ベクトルが $(p_1, p_2) = (15, 5)$ であるとする。このとき、 $p_1 > p_2$ なので、企業 2 が市場需要を独占している。

$p_2 = 5$ が $p_1 = 15$ に対する企業 2 の最適反応かどうかを考える。(b) より、 p_2 の関数で表した企業 2 の利潤

$$\pi_2 = \boxed{p_2(50 - 2p_2) - 5(50 - 2p_2)}$$

は $p_2 = \boxed{15}$ のときに最大となる 2 次関数なので、横軸に p_2 、縦軸に π_2 をとった平面上にこの関数のグラフを描くと上に凸の放物線となり、 $p_2 = 5$ のときこの曲線は(右上がり)となる。このことから、企業 1 が $p_1 = 15$ としているとき、企業 2 が $p_2 = 6$ にすると、企業 2 の利潤は $p_2 = 5$ のときよりも(大きく)なる。よって、企業 1 が $p_1 = 15$ としているとき、「企業 2 が $p_2 = 5$ とするよりも企業 2 の利潤が大きくなるような p_2 の値」が存在(する)ので、 $p_2 = 5$ は $p_1 = 15$ に対する企業 2 の最適反応で(ない)。

したがって、 $(p_1, p_2) = (15, 5)$ はナッシュ均衡でない。(証明終)

• 【補足】

企業 1 が $p_1 = 15$ としているとき、企業 2 が $p_2 = 5$ とすると、企業 2 の利潤は、

$$5 \cdot (50 - 2 \cdot 5) - 5 \cdot (50 - 2 \cdot 5) = 0.$$

$p_2 = 6$ にすると、企業 2 の利潤は、

$$6 \cdot (50 - 2 \cdot 6) - 5 \cdot (50 - 2 \cdot 6) = (6 - 5) \cdot (50 - 12) = 38$$

となり、 $p_2 = 5$ のときよりも大きくなる。

なお、 $p_1 = 15$ は $p_2 = 5$ に対する企業 1 の最適反応である。その理由は次の通りである。

$p_1 = 15$ のとき、 $p_1 > p_2$ なので、企業 2 が市場需要を独占しており、企業 1 には需要がなく、また費用関数の形状から固定費用が存在しないことが分かるので、企業 1 の利潤は 0 である。

$p_1 = 5$ に下げると、 $p_1 = p_2$ なので、両企業が市場需要を均等分割するが、企業 1 の利潤は 0 のままである（計算は (d) を参照）。

$p_1 = 4$ に下げると、 $p_1 < p_2$ となるので企業 1 が市場需要を独占できるようになるが、このとき、企業 1 の利潤はマイナスとなり（計算は (d) を参照）、 $p_1 = 15$ を含め $p_1 \geq 5$ のときよりも小さくなってしまう。

よって、企業 2 が $p_2 = 5$ としているとき、「企業 1 が $p_1 = 15$ とするよりも企業 1 の利潤が大きくなるような p_1 の値」が存在しないので、 $p_1 = 15$ は $p_2 = 5$ に対する企業 1 の最適反応である。

しかしながら、(c) の証明で見たように、企業 2 は最適反応をとっていないので、 $(p_1, p_2) = (15, 5)$ はナッシュ均衡でない。

(d) (証明) 価格ベクトルが $(p_1, p_2) = (5, 5)$ であるとする。このとき、 $p_1 = p_2$ なので、両企業が市場需要を均等分割する。

$p_i = 5$ が $p_j = 5$ に対する企業 i の最適反応かどうかを考える。

$p_i = 5$ のとき、企業 i の利潤は、

$$p_i \cdot \frac{1}{2} D(p_i) - c_i \left(\frac{1}{2} D(p_i) \right) = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot (50 - 2 \cdot 5) - 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot (50 - 2 \cdot 5) = \boxed{0}.$$

$p_i = 6$ にすると、 $p_i > p_j$ となるので企業 j が市場需要を独占する。このとき、企業 i は需要を失うが、利潤は、 $p_i = 5$ のときと同じで $\boxed{0}$ のままである。

$p_i = 4$ にすると、 $p_i < p_j$ となるので企業 i が市場需要を独占できるようになる。このとき、企業 i の利潤は、

$$p_i D(p_i) - c_i (D(p_i)) = 4 \cdot (50 - 2 \cdot 4) - 5 \cdot (50 - 2 \cdot 4) \boxed{<} 0$$

となり、企業 i の利潤は $p_i = 5$ のときよりも(小さく)なる。

よって、企業 j が $p_j = 5$ としているとき、「企業 i が $p_i = 5$ とするよりも企業 i の利潤が大きくなるような p_i の値」が存在(しない)。ゆえに、 $p_1 = 5$ は $p_2 = 5$ に対する企業 1 の最適反応で(あり)、 $p_2 = 5$ は $p_1 = 5$ に対する企業 2 の最適反応で(ある)。

したがって、 $(p_1, p_2) = (5, 5)$ はナッシュ均衡である。(証明終)